

INTRODUCCIÓN GENERAL DEL ÁREA PARA EL GRADO (Saber ser, saber hacer, saber conocer)

En las Mallas de Aprendizaje se pretende esbozar alternativas para el desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes en el área de matemáticas. Esta propuesta se fundamenta en los Derechos Básicos de Aprendizaje, a su vez, retoma la visión de las matemáticas que subyace en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, esta es, asumir las matemáticas como creación humana y como disciplina en desarrollo y en constante cambio. En consecuencia con ello, se espera consolidar ideas para el acompañamiento a los profesores, en este caso de grado décimo; con la intención que se propenda por el desarrollo de dimensiones como el saber SER, el saber HACER, y el saber CONOCER, pues no se trata de la implementación aislada de conceptos, sino de apostarle al desarrollo integral de los estudiantes, al reconocer que las matemáticas forman parte del sistema de valores compartidos y tienen fundamentos éticos para constituirse en una práctica social.

El inicio de un nuevo ciclo de aprendizaje implica muchos cambios para los estudiantes, allí sus intereses son distintos, se acercan decisiones y resultados importantes en la cultura de la escuela colombiana, como es la toma de decisiones sobre la carrera universitaria o su futuro laboral, por lo tanto las matemáticas deben brindarles seguridad, paciencia, capacidad de adaptación y perseverancia de manera que tengan los elementos para enfrentar también diferentes situaciones de su entorno familiar y social.

Según los planteamientos de los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006), y los aprendizajes fundamentales descritos en los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) el énfasis en la formulación y resolución de problemas permite dinamizar otros procesos, la *actividad matemática* misma y, por tanto, los aprendizajes de los estudiantes, y el desarrollo de competencias matemáticas. Lo anterior sugiere que los profesores propongan diversidad de situaciones, con diferentes grados de complejidad, de tal manera que se movilicen procesos de comunicación, modelación, razonamiento y ejercitación de procedimientos en lo numérico, variacional, métrico, espacial y aleatorio.

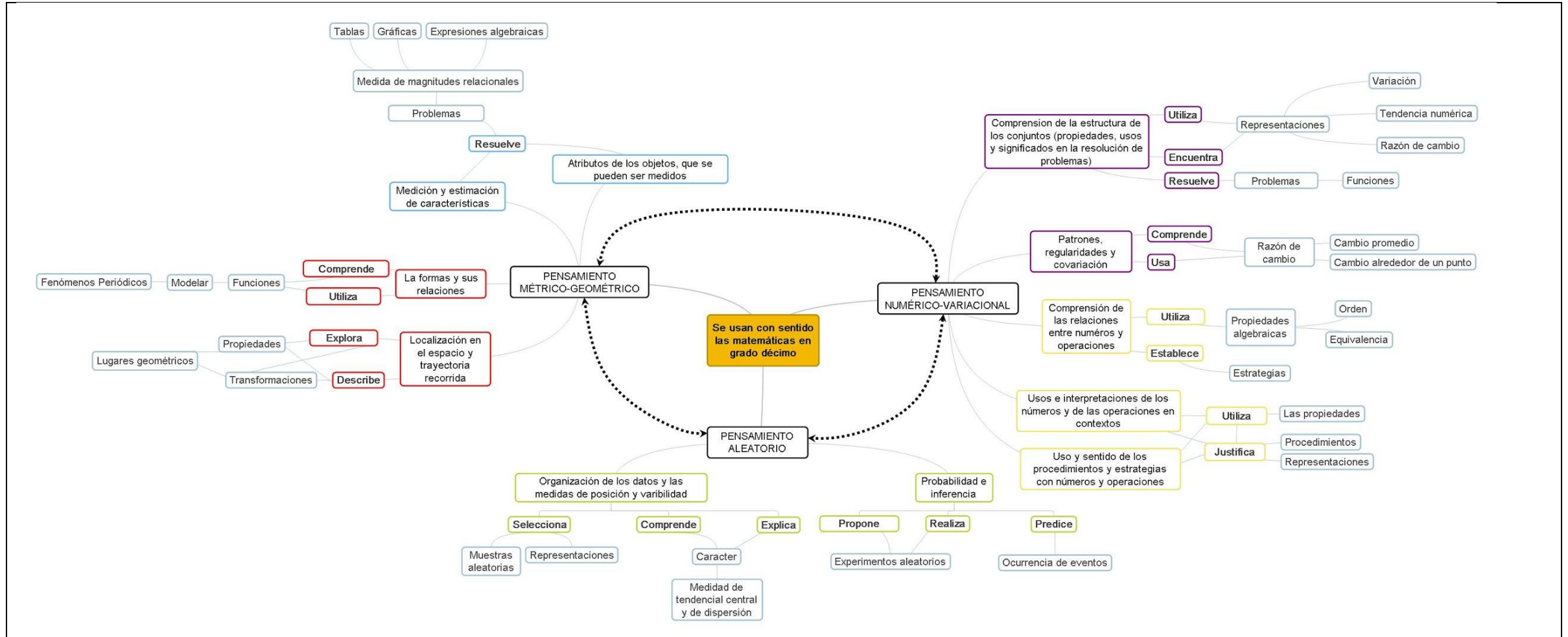
Los aprendizajes y procesos esperados para el grado décimo, en el área de matemáticas, se fundamentan en los conocimientos, competencias y actitudes desarrollados en los demás grados de la básica secundaria. Se espera que los estudiantes dispongan de una gama amplia de elaboraciones conceptuales en el Pensamiento Numérico, Métrico, Espacial y Aleatorio, acompañados de procesos y argumentos variacionales, en términos de reconocimiento del cambio en distintos sistemas y el efecto de este en el planteamiento y resolución de problemas que requieran identificar, clasificar y describir relaciones numéricas en modelos matemáticos. Específicamente en el grado décimo, y según los planteamientos de los DBA, el estudiante estará preparado para usar sistemáticamente las representaciones numéricas a través de la caracterización de colecciones y sistemas numéricos, que le permitan razonar acerca de los tipos de números, algunas de sus configuraciones y en este sentido usar de manera más consciente y eficaz procesos infinitos para estructurar relaciones numéricas a partir de representaciones aritméticas y relaciones trigonométricas y predecir el comportamiento en fenómenos de variación y covariación en los que se usa la razón instantánea. Frente al pensamiento métrico, en grado décimo los estudiantes reconocen nuevas cantidades extensivas e intensivas continuas (como longitud de onda, amplitud, frecuencia, periodo, rapidez de cambio de cantidades, cambios de densidad, etc.), y profundizan en el uso y justificación de relaciones entre cantidades de amplitud y cantidades intensivas conformadas como relación entre longitud de arco y la longitud de su radio. El componente relacionado con el pensamiento espacial y los sistemas geométricos se enfoca en problemas que requieren la representación y estudio de curvas para modelar trayectorias como lugares geométricos, o por medio de un sistema de coordenadas. Por último, en el Pensamiento Aleatorio, se vincula el desempeño flexible para participar en un ciclo investigativo, para lo cual los estudiantes proponen preguntas socialmente relevantes sobre su institución, su barrio, su ciudad, su país, el planeta o preguntas que promuevan la curiosidad científica y ciudadana. En este nivel se definen, recogen, organizan,

analizan e interpretan datos provenientes de varias muestras aleatorias que toman valores en los números reales o datos provenientes de la realización de experimentos aleatorios, en el contexto de las ciencias naturales o sociales. Lo anterior posibilita la visibilización de la coherencia vertical propuesta por el MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas.

En esta Malla se retoman los enunciados y evidencias de la segunda versión de los Derechos Básicos Básicos de Aprendizaje. Se agrupan por tipos de pensamiento, a saber: Numérico - Variacional, Métrico- Espacial y Aleatorio, además una red conceptual que permite visibilizar las relaciones entre los saberes estructurantes, los DBA y los procesos generales. Otro componente de las Mallas, son las consideraciones didácticas, como alternativas de diseño curricular, algunos comentarios sobre los temas y las acciones sugeridas para abordar los aspectos mencionados, con el propósito de lograr consistencia, coherencia y pertinencia de las propuestas curriculares del MEN para el área de matemáticas.

Los aprendizajes, que se espera que el estudiante manifieste, al finalizar el grado se presenta en la siguiente red conceptual:

BORRADOR



PROGRESIÓN DBA GRADO ANTERIOR- GRADO SIGUIENTE

Pensamiento	DBA	Grado 9	DBA	Grado 10	DBA	Grado 11
Pensamiento numérico	1	Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas.	1	Utiliza las propiedades de los números reales para justificar procedimientos y diferentes representaciones de subconjuntos de ellos.	1	Utiliza las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y sus relaciones y operaciones para construir y comparar los distintos sistemas numéricos.
	2	Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.				
	3	Utiliza los números reales, sus operaciones, relaciones y representaciones para analizar procesos infinitos y resolver problemas.	2	Utiliza las propiedades algebraicas de equivalencia y de orden de los números reales para comprender y crear estrategias que permitan compararlos y comparar subconjuntos de ellos (por ejemplo, intervalos).	2	Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen y en contexto con inecuaciones.
Pensamiento variacional	8	Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.	6	Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.	7	Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.
	9	Utiliza procesos inductivos y lenguaje simbólico o algebraico para formular, proponer y resolver conjeturas en la solución de problemas numéricos, geométricos, métricos, en situaciones cotidianas y no cotidianas.	7	Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.	8	Encuentra derivadas de funciones, reconoce sus propiedades y las utiliza para resolver problemas.
Pensamiento métrico	4	Identifica y utiliza relaciones entre el volumen y la capacidad de algunos cuerpos redondos (Cilindro, cono y esfera) con referencia a las situaciones escolares y extraescolares.	3	Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales (velocidad media, aceleración media) a partir de tablas, gráficas y expresiones algebraicas.	3	Utiliza instrumentos, unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio, para resolver problemas, estimar cantidades y juzgar la pertinencia de las soluciones de acuerdo al contexto.

	5	Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.			4	Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas).
Pensamiento espacial	6	Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.	4	Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.	5	Interpreta la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrolla métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
	7	Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones.	5	Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.	6	Modela objetos geométricos en diversos sistemas de coordenadas (cartesiano, polar, esférico) y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos.
Pensamiento aleatorio	10	Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.	8	Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables en estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos.	9	Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.
			9	Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencias central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos.		
	11	Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.	10	Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es discreto.	10	Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo.

NUMÉRICO - VARIACIONAL

APRENDIZAJES	EVIDENCIAS
Utiliza las propiedades de los números reales para justificar procedimientos y diferentes representaciones de subconjuntos de ellos.	Argumenta la existencia de los números irracionales
	Utiliza representaciones geométricas de los números irracionales y los ubica en una recta numérica.
	Describe la propiedad de densidad de los números reales y utiliza estrategias para calcular un número entre otros dos.
Utiliza las propiedades algebraicas de equivalencia y de orden de los números reales para comprender y crear estrategias que permitan compararlos y comparar subconjuntos de ellos (por ejemplo, intervalos).	Ordena de menor a mayor o viceversa números reales.
	Describe el 'efecto' que tendría realizar operaciones con números reales (positivos, negativos, mayores y menores que 1) sobre la cantidad.
	Utiliza las propiedades de la equivalencia para realizar cálculos con números reales.
Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.	Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos.
	Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro.
	Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.	Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones en problemas prácticos.
	Usa la pendiente de la recta tangente como razón de cambio, la reconoce y verbaliza en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.
	Utiliza la razón entre magnitudes para tomar decisiones sobre el cambio. Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

MÉTRICO - ESPACIAL

APRENDIZAJES	EVIDENCIAS
Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales (velocidad media, aceleración media), - a partir de tablas, gráficas y expresiones algebraicas.	<p>Reconoce la relación funcional entre variables asociadas a problemas</p> <p>Interpreta y expresa magnitudes definidas como razones entre magnitudes (velocidad, aceleración, etc.), con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas</p> <p>Utiliza e interpreta la razón de cambio para resolver problemas relacionados con magnitudes como velocidad, aceleración, longitud, tiempo. De nuevo acá verificar la veracidad para las magnitudes.</p> <p>Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos</p>
Comprende y utiliza las funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones	<p>Modela fenómenos periódicos a través de funciones trigonométricas.</p> <p>Emplea diferentes representaciones para analizar la periodicidad de ciertos fenómenos de las ciencias.</p> <p>Hace uso de las propiedades de las funciones trigonométricas para analizar fenómenos de variación periódica.</p>
Explora y descubre las propiedades de los lugares geométricos al hacer modificaciones en los parámetros de las expresiones algebraicas	<p>Identifica las propiedades de los lugares geométricos a través de sus representación en un sistema de referencia.</p> <p>Utiliza los parámetros de las expresiones algebraicas de las cónicas para reconocer las propiedades de cada lugar geométrico.</p> <p>Representa lugares geométricos en el plano cartesiano, a partir de su expresión algebraica.</p>

ALEATORIO

APRENDIZAJES	EVIDENCIAS
Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para	Define la población de la cual va a extraer las muestras.

inferir el comportamiento de las variables en estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos.	Define el tamaño y el método de selección de la muestra.
	Construye gráficas para representar las distribuciones de los datos muestrales y encuentra los estadígrafos adecuados. Usa software cuando sea posible.
	Hace inferencias sobre los parámetros basadas en los estadígrafos calculados.
	Hace análisis críticos de las conclusiones de los estudios presentados en medios de comunicación o en artículos científicos.
Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencias central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos.	Encuentra las medidas de tendencia central y de dispersión, usando, cuando sea posible, herramientas tecnológicas.
	Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de tendencia central en un conjunto de datos
	Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de dispersión en un conjunto de datos.
Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es discreto.	Usa algunas de las propiedades de las medidas de tendencia central y de dispersión para caracterizar un conjunto de datos.
	Plantea o identifica una pregunta cuya solución requiera de la realización de un experimento aleatorio.
	Identifica el espacio muestral y algunos sucesos posibles
	Usa la probabilidad para interpretar la posibilidad de ocurrencia de un evento dado.
	Infiere o valida la probabilidad de ocurrencia del evento en estudio.

BORRADOR

CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

Sobre el Pensamiento Numérico y Variacional

1. Introducción

Al iniciar el grado décimo, se espera que los estudiantes hayan desarrollado comprensiones asociadas con los números reales, las variables, y algunos conceptos vinculados a las funciones y a la geometría analítica. En este sentido, el profesor no debe centrar sus procesos de formación solo en el estudio de la trigonometría y las secciones cónicas desarrolladas frecuentemente en este grado, ya que este tipo de enfoques sería la continuación de una enseñanza estructurada en los contenidos y desde la propuesta de trabajo con los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), se espera que la enseñanza se centre en el desarrollo de procesos que permitan actividad matemática vinculante con los contextos propios de los estudiantes.

En coherencia con los procesos trabajados en el nivel de la Educación Básica Secundaria, se espera que el profesor fortalezca el tratamiento algebraico de los procesos de variación en los que aparecen números racionales y números irracionales. A través de estas conexiones entre la variación, las funciones y los números, se espera también profundizar en el uso y sentido de los números reales. En cuanto al tratamiento algebraico se propone un uso recurrente de las representaciones gráficas y tabulares y a los cambios entre estos sistemas, no solo para ejercitar el cambio de registro sino para dar respuesta a preguntas de problemas que se pueden resolver adecuadamente en alguno de estos sistemas de representación.

Si bien a lo largo de los grados octavo y noveno los estudiantes han determinado que hay números no racionales, es en este grado es relevante estudiar algunos procesos geométricos y algebraicos que permitieron al hombre aproximarse al conjunto de los números irracionales y por lo tanto, un conocimiento más amplio del conjunto de los números reales.

Se espera que el trabajo del estudiante, en este grado, pueda trascender el estudio de algunos fenómenos que el profesor puede recrear en el aula para desarrollar diversos procesos matemáticos, y sea él quien proponga el estudio de algunas situaciones susceptibles de ser cuantificadas y representadas algebraica o geoméricamente. Este desafío supone que el profesor utilice herramientas digitales y software educativo que contribuyan a la representación y organización de la información, además de ello, se espera que el docente pueda recrear en el aula algunas experiencias de modelación. Se sugiere proponer fenómenos del entorno, lectura de las instrucciones contenidas en el empaque del abono para expresar gráfica o numéricamente una tabla que determine la cantidad de abono y para motivar el uso de las matemáticas para discutir, comentar, debatir asuntos del entorno social y cultural.

Las tareas que el profesor propone debe motivar la actividad matemática en la que se utilicen los conocimientos numéricos, geométricos y aleatorios estudiados en los otros grados, de tal suerte que promueva acciones donde los estudiantes puedan experimentar, interpretar datos, analizar información en diferentes representaciones y de esa forma favorecer procesos que se esperan desarrollar en el grado siguiente. Se resalta la actividad matemática que se genere sobre la validez de las soluciones que se planteen.

2. *Objetos y momentos para la actividad matemática*

BORRADOR

Algunas ideas fundamentales del pensamiento Numérico - Variacional

<p>Uso y sentido de los procedimientos y estrategias con números y operaciones</p>	<p>Diferencia los números racionales de los irracionales usando para ello argumentos con referencia a los sus representaciones decimal y no decimal. Argumenta la diferencia entre un número irracional (en representación decimal) y la posibilidad de encontrar un patrón en su construcción, así por ejemplo; 1.010203040506... aunque tiene un patrón en su construcción, ello no implica la existencia de un periodo. De igual manera, utiliza procedimientos aritméticos y las propiedades del conjunto numérico para descomponer un número (ejemplo $\sqrt{1000}$) y determinar si es o no irracional. Argumenta por qué expresiones como $\sqrt{2} = 1.4142$ son incorrectas; así mismo, explica por qué la afirmación “dos no tiene raíz exacta” es incorrecta y propone afirmaciones alternativas que sí son correctas “dos no tiene raíz entera”. Determina el sentido práctico de usar aproximaciones racionales de números irracionales.</p>
<p>Comprensión de las relaciones entre números y operaciones</p>	<p>Dada una secuencia de números reales representadas en forma decimal y no decimal, es capaz de ordenarla. Asimismo, calcula el error de un procedimiento cuando se hace aproximación de un número irracional a un número racional. Puede explicar relaciones de orden entre números racionales a partir de su representación gráfica.</p>
<p>Patrones, regularidades y covariación</p>	<p>Reconoce los usos de los números reales en el estudio de situaciones y fenómenos de variación, principalmente, en aquellos que se modelan a través de funciones y relaciones trigonométricas. En el estudio de la trigonometría del triángulo. Los estudiantes deben trascender el mero cálculo de razones trigonométricas. Para ello, usan las letras para representar variables (en los lados y ángulos de los triángulos) y no solo como incógnitas (valores específicos, pero desconocidos que se deben calcular). En ese sentido, es importante que los estudiantes ofrezcan ejemplos y contraejemplos que ilustran que no toda función periódica corresponde a una función trigonométrica. Así mismo, que utilicen diferentes estrategias para estudiar la covariación, de tal manera que le den sentido la tasa de variación y los cambios de ella. Los estudiantes reconocen que la función seno y la función coseno son iguales módulo desplazamientos horizontales, además reconoce que un movimiento oscilatorio puede escribirse, en rangos cortos de tiempo, como una combinación lineal de senos y cosenos. Comprende las funciones trigonométricas en términos algebraicos pero también en términos gráficos y numéricos y las usa para resolver problemas sencillos de proyecciones, de proporciones, de periodicidad.</p>
<p>Comprensión de la estructura de los conjuntos (propiedades, usos y modificaciones)</p>	<p>En este grado se pueden proponer problemas intramatemáticos tal como la existencia de un cero de una función continua cuando cambia de signo, o la existencia de un límite para una sucesión numérica creciente y acotada, cuyas soluciones utilizan la estructura de los números reales. Igualmente se pueden determinar la existencia de soluciones de ecuaciones obtenidas a partir de funciones continuas en intervalos cerrados. Estas discusiones tienen sentido cuando se logra en el estudio de álgebra, por ejemplo, cuando se obtiene la solución de una ecuación cuadrática antes de iniciar su búsqueda mediante</p>

Sobre el Pensamiento Métrico y Espacial

1. Introducción

Al ingresar al grado décimo los estudiantes han tenido experiencias con la geometría activa, en tareas de construcción y clasificación de cuerpos y figuras a partir de visualización, exploración y uso de propiedades de los cuerpos y las figuras. Además describieron en lenguaje matemático propiedades y relaciones intra e interfigurales.

Para reconocer los niveles de progreso de los estudiantes al llegar a grado décimo, el profesor puede mostrar un conjunto diverso de figuras y cuerpos y proponer exploraciones personales a partir de preguntas como: ¿son congruentes estas dos figuras?, en caso de que lo sean ¿por qué?, ¿son semejantes?, si lo son ¿por qué?, y actuar de manera similar para los cuerpos. La información recolectada por el profesor, con relación a las actividades propuestas para los estudiantes, le ayuda a estructurar las tareas y situaciones que proponga para el grado décimo, así por ejemplo para afianzar las clasificaciones entre triángulos o cuadriláteros, son muy útiles las actividades con doblado de papel, y la construcción de rompecabezas obteniendo unas figuras a partir de otras.

En este grado los estudiantes analizan las propiedades de cuerpos y figuras, razonan geoméricamente con base en teoremas, por ejemplo de congruencia y semejanza; formulan, comprueban conjeturas y resuelven problemas relativos a dichas propiedades. Además usan las relaciones trigonométricas para determinar longitudes, medidas de ángulos, y resolver problemas relativos a las magnitudes relacionales como rapidez media, aceleración, razón de cambio, utilizando diferentes representaciones, tanto en contextos intramatemáticos como de las ciencias naturales, la música, entre otras.

2. Objetos y momentos para la actividad matemática

Algunas ideas fundamentales del pensamiento métrico y espacial del grado 10°

<p>Las formas y sus relaciones</p>	<p>Se reconocen las formas, las relaciones y las transformaciones espaciales cuando: Interpretan las diferentes representaciones (algebraica, tabular, gráfica) de las cónicas, de las rectas, analizan el valor de la pendiente de una recta y lo relacionan con el valor del ángulo que se forma con la abscisa, además con el cociente entre el cateto opuesto y el cateto adyacente con relación a dicho ángulo. Comprenden la trigonometría como el estudio de la relación ángulo - cuerda y las razones trigonométricas como la herramienta para cuantificar dicha relación, así asumen el círculo como el contexto para realizar las construcciones geométricas y dar significado, uso y sentido al triángulo rectángulo.</p>
<p>Atributos de los cuerpos que se pueden medir</p>	<p>Se comprenden los atributos de los cuerpos que se pueden medir cuando: Identifican magnitudes relacionales como la rapidez, la densidad, la aceleración, en eventos o fenómenos del entorno y explican sus significados como razón de cambio, utilizando lenguaje verbal, algebraico y gráfico. Pueden comparar y explicar magnitudes como la rapidez media, la densidad de población, a través de expresiones como</p>

	<p>“cada segundo recorre 3 metros”, en un segundo recorre 300000 Km, en un metro cuadrado hay 4 personas, y estableciendo rangos de medida apropiados según el problema o situación a resolver.</p>
<p>Medición y Estimación de Atributos</p>	<p>Se afianza el uso de instrumentos y procesos de Medición y Estimación de Atributos cuando: Predicen en qué unidades puede darse la respuesta a un problema de rapidez media o aceleración, por ejemplo, explica que si la aceleración es un cambio de velocidad en un tiempo, entonces $\frac{1m}{s^2}$ es el cambio de velocidad de 1m/s cada segundo.</p> <p>Las magnitudes más utilizadas en grado décimo son la rapidez, la aceleración, la fuerza, la longitud, el área y el volumen provienen disciplinas como la Física, la Química, la astronomía, por tanto la estimación, la medida, el cálculo y el uso adecuado de instrumentos adquieren su sentido y significado en dichos contextos. De igual manera, el lenguaje para expresar las medidas según las unidades seleccionadas y la transformación de unidades surge a partir de la necesidad y del reconocimiento de los sistemas más usados para cada ciencia. Por ejemplo para expresar la velocidad de la luz, reconocen que las unidades más apropiadas son los Kilómetros o los metros por segundo y que los centímetros por segundos no son tan pertinentes porque son muy pequeñas para expresar una cantidad tan grande.</p>
<p>Localización en el espacio y trayectoria recorrida</p>	<p>Se desarrolla la capacidad de localización en el espacio y la referencialidad cuando: Diferencian las características del comportamiento trigonométrico de las características de otros comportamientos como el algebraico, al reconocer en el primero “su variación y sus variaciones, esto es por cómo cambia y cómo cambian sus cambios²”. Al trabajar con fenómenos periódicos reconocen la unidad mínima de análisis al interpretar lo que se repite en el comportamiento trigonométrico y cómo se repite. Identifican en la astronomía, en la física y en la ingeniería, un conjunto de posibilidades para interpretar las funciones trigonométricas debido a que son de gran utilidad en la resolución de problemas de la vida real y en el análisis de algunos fenómenos periódicos como ondas, vibraciones, electricidad, señales en telecomunicaciones entre otros.</p>

3. Situaciones en correspondencia con los procesos de la actividad matemática

Algunas situaciones a las que puede hacerse referencia y que permiten estudiar los procesos matemáticos en grado décimo en relación con el desarrollo de los Pensamientos Métrico y Espacial son aquellas en las que los estudiantes:

- Razonan geoméricamente sobre propiedades de cuerpos y figuras.
- Reconocen, interpretan y explican los efectos de sensores: sismógrafos, sonómetros.

² MONTIEL, E GISELA. Desarrollo del pensamiento trigonométrico. Investigación del Instituto Politécnico Nacional. México 2013

Contrato Interadministrativo 0803 de 2016

Mallas de aprendizaje, Matemáticas, Grado Décimo. Versión Preliminar



- Interpretan y describen sistemas de posicionamiento GPS.
- Explican fenómenos y modelos físicos como las antenas parabólicas,
- Representan y explican sistemas astronómicos a escala.
- Transforman unidades de medida para dar solución a un problema.

En general en el grado décimo se desarrollan “situaciones orientadas a la construcción de la funcionalidad trigonométrica en la cual se proponga la organización de un escenario de estudio de la variación y el cambio con un enfoque hacia el uso y la resignificación de lo periódico, de lo acotado, del comportamiento de las variaciones y de la unidad de medida”³.

Un ejemplo en torno al desarrollo del Pensamiento Métrico y Espacial es la exploración que realice el estudiante acerca del sonido y su relevancia en la cotidianidad. En este sentido se pretende que el estudiante reconozca el estudio del sonido a partir del sentido del oído y cómo por medio de él se perciben diferentes sensaciones acústicas, que al mismo tiempo proporcionan determinadas características, como son: el tono, la intensidad y el timbre. Para que los estudiantes exploren tales características el profesor puede invitarlos a proponer diferentes sonidos sin que sus compañeros reconozcan qué fuente lo produce y al mismo tiempo variar el tono. Luego, con la ayuda de un software o aplicación libre (sonómetro) reconocer la intensidad del sonido y de acuerdo con el registro gráfico que produce la fuente determinar si el tono es grave o agudo. Esta clasificación también es posible realizarla con las voces de algunos de los compañeros. Para continuar con la exploración del sonido se sugiere que los estudiantes realicen compases o patrones de sonidos y analicen lo que reflejan los registros gráficos en los sonómetros y generen preguntas o explicaciones alrededor de las propiedades del sonido como son: la amplitud, el periodo, la frecuencia.

³ Buendía, G. y Montiel, G. (2011). From history to research in mathematics education: Socio-epistemological elements for trigonometric functions. V. Katz y C. Tzanakis (Eds.), Recent developments on introducing a historical dimension in Mathematics Education, Mathematical Association of American, 67-82.

El profesor puede preguntar e invitar a los estudiantes a ensayar una y otra vez, sus voces y otros sonidos, para que comprendan y expliquen ¿qué se representa en el sonómetro? ¿ qué mide y en qué unidades?, ¿qué forma tiene la gráfica?, ¿con qué precisión mide?, ¿se trata de un movimiento periódico?. ¿para qué otras mediciones o experimentos o situaciones del entorno de puede utilizar el sonómetro?, ¿qué otros instrumentos o aplicaciones parecidas conocen y para qué se utilizan?

Con la ayuda del profesor se espera que los estudiantes exploren las gráficas y logren determinar un modelo matemático que represente dicha configuración. Para ampliar la actividad a otros contextos se podría solicitar a estudiantes que practiquen algún instrumento musical que exploren las particularidades de la música o del ruido. Dicha situación posibilita que los estudiantes reflexionen acerca de la generación de ruido.

4. Evidencias evaluativas

Posibles dificultades	Sugerencias para el profesor
Al interpretar la gráfica de la relación entre dos magnitudes, consideran las magnitudes por separado.	El profesor puede desarrollar diferentes tipos de representación de los datos, tabular, con lenguaje natural y gráfico, acompañado de preguntas como (según el ejemplo del sonómetro) ¿qué pasa si el sonido se detiene?, ¿cómo se marca el tiempo en el sonómetro? y ¿cómo se relaciona la intensidad del sonido con la gráfica? ¿Cómo cambia la intensidad del sonido?
Al apreciar relaciones entre magnitudes; en algunos casos su descripción se reduce al trazado de líneas que parecen “montañas” y en otros, a una creación uniforme y regular de formas que visualmente son agradables, pero que se articulan poco con el entorno y pierden sentido en relación con la realidad (para el caso de las funciones seno y coseno) ⁴	El profesor genera diálogos a partir de lecturas previas sobre astronomía, movimiento de los planetas, fenómenos físicos, etc., para construir con los estudiantes afirmaciones y razones, donde unos expresan una idea sobre el comportamiento de algún fenómeno y su gráfica, y otros compañeros tratan de explicar la afirmación anterior. Registro de datos tomados de las gráficas, en tablas para hacer un análisis descriptivo.
Al realizar las gráficas que representan los fenómenos estudiados no manejan adecuadamente el plano cartesiano, si es en papel porque no conservan las unidades seleccionadas a la hora de graficar números racionales, o si es en un software no valoran las ampliaciones o reducciones y pueden confundir la escala.	El profesor puede utilizar diferentes softwares para mostrar las relaciones en el plano cartesiano y retomar ejercicios en el geoplano, y en papel tanto blanco como milimetrado para proponer tareas en las que se requiera pasar de una escala a otra según los datos respectivos para diferentes situaciones.

⁴ Tomado de Molina-Toro, J.F. (200x). La modelación con tecnología en el estudio de la función seno (Trabajo de Magíster en Educación matemática no publicado). Universidad de Medellín, Antioquia, Colombia.

	Descartan la pendiente de una recta cuando su valor es 1, o la asumen como 0 y así interpretan la función como una función constante.	El profesor puede poner diferentes contextos de funciones lineales con pendientes positivas, negativas, nulas o indefinidas, y comparar sus expresiones algebraicas, tabulares y gráficas.
	No reconocen el cambio o el cambio del cambio en las construcciones geométricas.	Las tareas o experiencias con sensores de movimiento, la interpretación y comparación de gráficos y registros en tablas pueden ayudar a los estudiantes a comprender las construcciones geométricas.

Sobre el Pensamiento Aleatorio

1. Introducción

En los grados anteriores los estudiantes han recolectado, analizado, representado y extraído conclusiones sobre las características de variables tanto cualitativas como cuantitativas, para dar respuesta a problemas estadísticos. Aunque se han planteado procesos de recolección de los datos, se ha hecho poco énfasis en la forma en que los datos son seleccionados. Han tenido experiencias con la interpretación y asignación de probabilidades a diferentes situaciones aleatorias. El énfasis para el grado 10° es el proceso de seleccionar muestras aleatorias y discutir sobre las ventajas y desventajas de hacerlo, así como sobre el uso conjunto de las medidas de tendencia central y dispersión para describir las distribuciones de los datos y hacer inferencias sobre los parámetros poblacionales. De otro lado, se espera que propongan y realicen experimentos aleatorios para los cuales el espacio muestral sea muy grande y las variables en estudio sean cuantitativas cuyos valores son números reales. En este grado como en los anteriores, la estrategia metodológica será desarrollar el ciclo investigativo a partir del problema propuesto o del uso de datos que provienen de censos o informes publicados.

2. Objetos y momentos para la actividad matemática

Algunas ideas fundamentales del Pensamiento Aleatorio del grado 10°

Organización de los datos y las medidas de tendencia central y la variabilidad	Se desarrolla la capacidad para organizar los datos y las medidas de tendencia central y la variabilidad cuando: Explica la diferencia entre muestra y población. Diferencia la representatividad de una muestra, en tanto es un subconjunto que se “asemeja” a la población, y la variabilidad que indica que dos muestras extraídas de una misma población pueden ser diferentes. Utiliza métodos como el muestro aleatorio simple para encontrar muestras representativas y a partir de ellas realizar inferencias sobre el comportamiento de las variables en estudio, por ejemplo utiliza la distribución muestral para inferir la distribución poblacional, afirmando cuestiones como que si la distribución muestral es simétrica con alguna posibilidad la distribución de la población también lo será.
--	---

Probabilidad e inferencia	Se desarrolla una idea de probabilidad e inferencia cuando propone diseños para la realización de experimentos aleatorios, por ejemplo para estudiar la incidencia de la densidad (grosor) del papel en el tiempo de vuelo de un avión de papel. Evalúa e interpreta en el contexto del experimento las probabilidades de ocurrencia de un evento determinado, por ejemplo la probabilidad de que en 10 lanzamientos de un avión un determinado estudiante obtenga el menor tiempo.
---------------------------	---

3. Situaciones en correspondencia con los procesos de la actividad matemática

Algunas situaciones a las que puede hacerse referencia y que permiten movilizar los procesos matemáticos en grado 10 en relación con el desarrollo del pensamiento aleatorio son aquellas en las que los estudiantes deben :

- generalizar los resultados obtenidos a partir de una muestra a la población
- obtener muestras representativas
- diseñar, realizar y comunicar los resultados de experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales.

Ante situaciones en las que se requiere seleccionar “al azar” personas, números u objetos los estudiantes reconocen el método de la rifa como apropiado y por ejemplo, para seleccionar tres nombres entre los integrantes del curso para que integren un comité, proponen escribir cada nombre en un papel, introducirlos todos en una bolsa, mezclarlos muy bien y seleccionar uno por uno (o los tres al mismo tiempo) “a ciegas”. A partir de estas ideas el profesor puede iniciar una discusión para que se expliciten las condiciones de equiprobabilidad representatividad para la selección de una muestra y a partir de allí iniciar el estudio del muestreo aleatorio simple de métodos de selección de una muestra.

En el ejemplo que se desarrolla para este grado, el profesor entrega a los estudiantes la siguiente situación:

En un reciente acuerdo, entre el Ministerio de Salud de Colombia y la Cámara de Industria de Bebidas de la Andi anunciaron que se restringirá la venta de bebidas azucaradas a los estudiantes de primaria de las instituciones educativas. Esta medida busca evitar que los menores de 12 años consuman este tipo de bebidas y aumenten su consumo de bebidas saludables como el agua, las bebidas a base de cereal, los jugos 100% fruta y las bebidas derivadas de la leche, entre otros. Esta medida busca mejorar los índices de obesidad que entre los menores de esta edad ya está cerca del 18%. Los profesores de primaria, interesados en saber si esta medida ha permitido reducir el consumo de bebidas azucaradas entre los estudiantes de la primaria, deciden realizar un estudio. Se sabe que hay 12 cursos de primaria todos con diferente número de estudiantes. Los profesores deciden hacer un estudio muestral, pero están discutiendo sobre la mejor manera de la seleccionar los estudiantes que participarán en el estudio, ya que esta muestra debe representar adecuadamente el consumo de bebidas que realmente efectúan los estudiantes de toda la primaria. Las tres propuestas son:

1. *Seleccionar de cada curso igual número de hombres que mujeres, para garantizar una adecuada representación por género, toda vez que se cree que el consumo de bebidas azucaradas es diferente.*

2. Seleccionar 12 estudiantes en total y en cada grupo selecciona aleatoriamente un estudiante entre los que consumen bebidas azucaradas todos los días, porque así se garantiza que en el estudio no participen quienes no son consumidores de estas bebidas.
3. Seleccionar aleatoriamente 24 estudiantes, dos de cada grupo. Para seleccionar los dos de cada grupo se divide el curso entre los que no consumen bebidas azucaradas y quienes si las consumen y de cada grupo de seleccionar al aleatoriamente un estudiante.

¿Cuál de estas propuestas genera una mayor de mayor representatividad? ¿Puede proponer otro método para lograr mayor representatividad?

Para promover la lectura crítica de los datos el profesor propone preguntas conducentes a que los estudiantes analicen críticamente los tres métodos de muestreo propuestos. Es importante que los estudiantes discutan sobre sus ideas intuitivas acerca del muestreo y que reconozcan que cuando se utiliza, por ejemplo el método de la rifa, se debe garantizar que todos y cada uno de los elementos o personas que conforman la población, tienen la misma posibilidad de ser escogidos y que por tanto el muestreo aleatorio es un método justo de seleccionar una muestra de la población en estudio. Además reconocer cuando una muestra es representativa de las características de la población, en el ejemplo anterior la característica en estudio es el consumo de bebidas azucaradas y la población son los estudiante de primaria de una institución.. Las preguntas para orientar la discusión en la etapa de definición de un método de muestreo que garantice la representatividad pueden ser: ¿qué características debe tener la muestra para que sea representativa del comportamiento de la población?, ¿cuál es el tamaño de la población?, ¿cuál puede ser el tamaño de la muestra?, ¿cuántas muestras se requiere tomar?, ¿si se toman diferentes muestras, los resultados del análisis de los datos lo serán? De esta manera se puede iniciar el estudio de las distribuciones de las muestras aleatorias.

Para escoger los datos de una muestra, se podrá emplear el método de muestreo aleatorio simple, el cual se puede realizar con paquetes estadísticos o incluso una calculadora y la función random. Es importante que el profesor desarrolle acciones para que los estudiantes reconozcan que si se aumenta el tamaño de la muestra no necesariamente la muestra es más representativa por ejemplo que les proponga que seleccionen varias muestras y observen y expliquen las diferencias y semejanzas encontradas, que cambien el tamaño, el método y que analicen la distribución muestral a partir de la media, la desviación estándar y el rango, por ejemplo.

Luego de encontrar una muestra y garantizar que es representativa, el profesor puede sugerir a los estudiantes que lleven a cabo el estudio y saquen conclusiones sobre el consumo de bebidas entre los estudiantes de primaria. Estos análisis son apoyados con representaciones gráficas que visibilizan el comportamiento de los datos que integran la muestra. En este grado los estudiantes ya están en la posibilidad de seleccionar el gráfico como los histogramas o las cajas y a partir de la lectura de los patrones de comportamiento de los datos formular hipótesis sobre los resultados posibles, por ejemplo estimando la media de la población a partir de la media muestral y justificando la posibilidad de tal estimación, si es del caso.

Las conclusiones también deben permitir que los estudiantes asuman una postura crítica en relación con el contexto que se está estudiando, en este caso sobre el éxito de la medida de prohibir la venta de este tipo de bebidas y las implicaciones en salud de que esto suceda. Pueden también proponer estrategias para impulsar una campaña de consumo responsable de bebidas azucaradas.

En cuanto al estudio de la probabilidad y la inferencia estadística, para iniciar las experiencias de aprendizaje el profesor puede presentar a los estudiantes unas situaciones de probabilidad que se pueden modelar fácilmente, como el lanzamiento de un dado y discutir con ellos los requerimientos para el diseño de tal experimento, por ejemplo, discutir sobre la importancia de que el dado sea legal, las condiciones en las cuales se debe realizar la experiencia, las características de las superficie sobre la cual se lanzará el dado, y cómo ellas deben ser controladas para que los resultados del experimento sean lo más confiables posible. A partir de allí, puede proponer actividades como por ejemplo el estudio de la influencia de la densidad (grosor) del papel en el tiempo de vuelo o la

distancia o la altura alcanzada por los aviones de papel.

4. Evidencias evaluativas

Posibles dificultades	Sugerencias para el profesor
Los estudiantes asumen que para que una muestra sea representativa debe ser única.	Presentar un conjunto de datos que representan una población, definir un tamaño de muestra adecuado y pedir a los estudiantes que encuentren varias muestras, usando el método de la rifa o los números aleatorios si es posible. Describir las características estadísticas de cada muestra y comparar los resultados encontrados.
Los estudiantes consideran que a mayor tamaño de la muestra mayor representatividad y más confiables serán los resultados obtenidos.	En poblaciones grandes, encontrar muestras de diferente tamaño y encontrar estadísticos como por ejemplo la media, la mediana, la dispersión, etc. en cada una de ellas. Comparar los resultados para encontrar las diferencias y las semejanzas, usando la distribución de los datos.
En un experimento no consideran las condiciones ambientales, físicas etc para la toma de datos	Discuta posibles errores que se pueden presentar en los resultados del experimento consistente en lanzar una moneda cuando la moneda se lanza en el pasto o el agua.