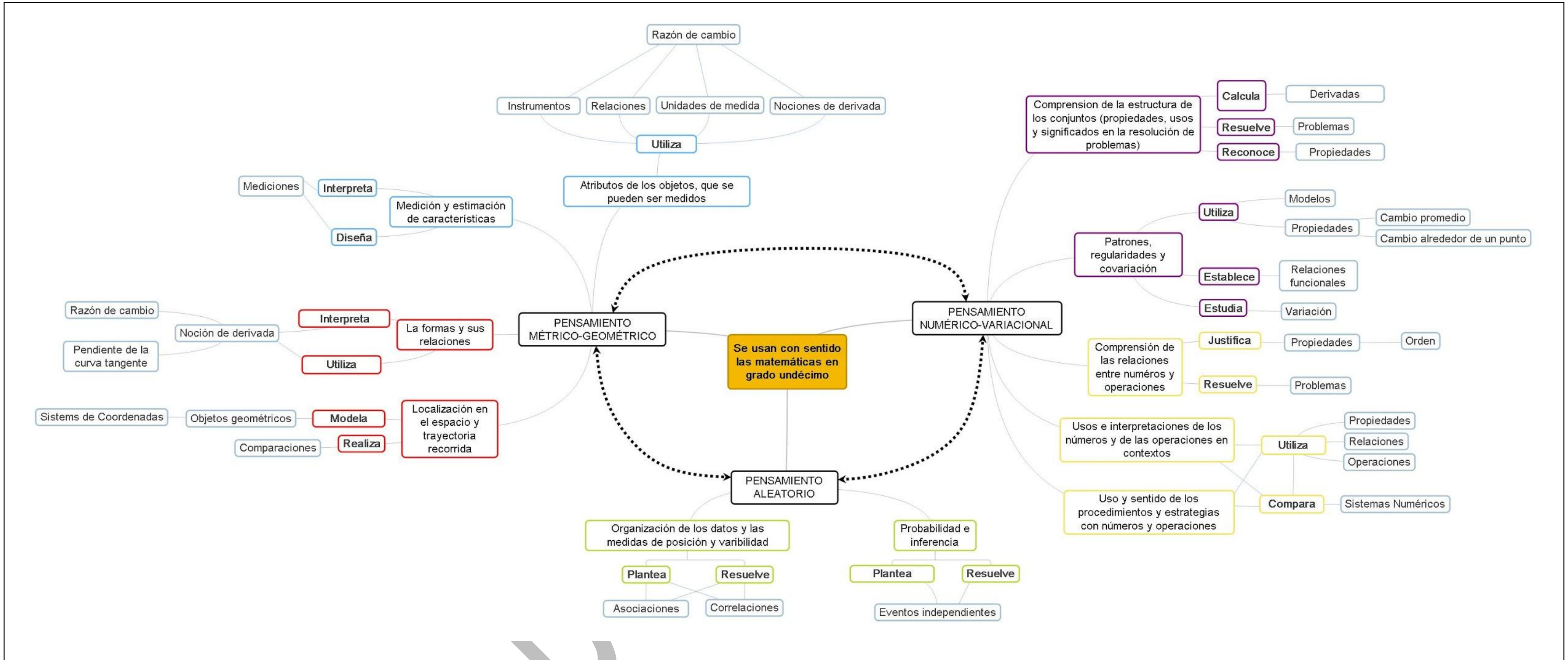
INTRODUCCIÓN GENERAL DEL ÁREA PARA EL GRADO (Saber ser, saber hacer, saber conocer)
En las Mallas de Aprendizaje se esbozan opciones para el desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes en el área de matemáticas. Esta propuesta se fundamenta en los Derechos Básicos de Aprendizaje, a su vez, retoma la perspectiva de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, documentos en los cuales subyace una visión de las matemáticas como creación humana y como disciplina en desarrollo y en constante cambio. En consecuencia con ello, se espera consolidar ideas para el acompañamiento a los profesores, en este caso de grado once; con la intención que se propenda por el desarrollo de dimensiones como el saber SER, el saber HACER, y el saber CONOCER, pues no se trata de la implementación aislada de conceptos, sino de apostarle al desarrollo integral de los estudiantes, al reconocer que las matemáticas forman parte del sistema de valores compartidos y tienen fundamentos éticos para constituirse en una práctica social. Al finalizar el ciclo escolar en el área de matemáticas se espera que los estudiantes alcancen un nivel de competencia matemática que los faculte para enfrentar situaciones de su vida de todos los días, de su entorno, tanto laboral y social como de educación superior. Por lo tanto y en coherencia con los planteamientos en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006), y los aprendizajes fundamentales descritos en los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) se enfatiza en que la formulación y resolución de problemas es el proceso a través del cual se dinamizan otros procesos, la *actividad matemática* misma y, por tanto, los aprendizajes de los estudiantes. La noción de ser matemáticamente competente sugiere ambientes de aprendizaje a través de la formulación y resolución de problemas que propicien la construcción progresiva y cíclica de niveles de conceptualización y construcción del conocimiento matemático de los estudiantes. Para lograr un aprendizaje significativo e integral en grado undécimo, la propuesta del área de matemáticas hace énfasis en las tareas que favorezcan poner en juego las capacidades cognitivas, asumir retos, equilibrio personal, las relaciones interpersonales y de inserción social, es decir el profesor puede aprovechar los intereses de los estudiantes y sus motivaciones para que la actividad matemática tenga sentido. “En suma el aprendizaje significativo no se realizará convenientemente si no existe una actitud favorable hacia el objeto de aprendizaje, lo que dará sentido a lo que aprende cuando esos conocimientos se consideran necesarios o de interés, la motivación está relacionada con el aprendizaje” (Zabala, A. y Arnau L., 2008)). Con base en el desarrollo de habilidades, se espera que los estudiantes terminen sus estudios preparados para aprender a aprender, a planificar, a identificar, a controlar, a aplicar, a evaluar y a transferir los saberes y los procesos matemáticos. Los aprendizajes y procesos esperados para el grado undécimo se fundamentan en los conocimientos, competencias y actitudes desarrollados en los anteriores grados -primero a décimo-. Se espera que los estudiantes hayan adquirido una gama amplia de elaboraciones conceptuales en los Pensamientos Numérico, Métrico, Espacial y Aleatorio, acompañados de procesos y argumentos, en términos de reconocimiento del cambio en distintos sistemas y el efecto de éste en el planteamiento y resolución de problemas que requieran identificar, clasificar y describir relaciones numéricas en modelos matemáticos. Específicamente en el grado Undécimo, y de acuerdo con la propuesta de los DBA, los estudiantes estarán preparados para estudiar algunos fenómenos representados, analíticamente, mediante modelos funcionales: racionales, ondulatorios y cíclicos. Además podrá usar sistemáticamente las representaciones numéricas, algebraicas, geométricas y gráficas para establecer correspondencia entre cantidades de medidas y números para comprender procesos infinitos- de lo infinitamente pequeño y de lo infinitamente grande- comprender los números reales.

La noción de ser matemáticamente competente, en el caso del grado undécimo, reconoce el progreso de los estudiantes a lo largo de sus estudios escolares y por ello deben estar preparados para predecir el comportamiento en fenómenos de variación y covariación en los que se usa la razón instantánea. Reconocer nuevas cantidades extensivas e intensivas continuas (como longitud de onda, amplitud, frecuencia, periodo, rapidez de cambio de cantidades, cambios de densidad, etc.), y profundizar en el uso y justificación de relaciones entre cantidades de amplitud y cantidades intensivas conformadas como relación entre longitud de arco y la longitud de su radio. Además debe formular razonamientos a partir de la interpretación y representación de datos soportados en inferencias formales, formula y resuelve problemas en los que se involucra la relación entre sucesos o eventos aleatorios y, puede justificar si son o no independientes, excluyentes o no, o condicionales.

En esta Malla se retoman los Enunciados y Evidencias de la Segunda Versión de los Derechos Básicos de Aprendizaje. Se agrupan por tipos de Pensamiento: Numérico - Variacional, Métrico- Espacial y Aleatorio, además una Red Conceptual que permite apreciar las relaciones entre los saberes estructurantes, los DBA y los procesos generales. Otro componente de las Mallas, son las Consideraciones Didácticas, que ayudan a formular propuestas de diseño curricular, algunas especificaciones sobre los temas y las acciones sugeridas para abordar los aspectos mencionados, con el propósito de lograr consistencia, coherencia y pertinencia de las propuestas curriculares del MEN para el área de matemáticas.

Los aprendizajes que se espera que los estudiantes exhiban al finalizar el grado se presentan en la siguiente Red Conceptual:


Se usan con sentido las matemáticas en grado undécimo
PENSAMIENTO MÉTRICO-GEOMÉTRICO
PENSAMIENTO NUMÉRICO-VARIACIONAL
PENSAMIENTO ALEATORIO
Razón de cambio
Instrumentos
Relaciones
Unidades de medida
Nociones de derivada
Utiliza
Atributos de los objetos, que se pueden ser medidos
Mediciones
Interpreta
Diseña
Medición y estimación de características
Razón de cambio
Noción de derivada
Pendiente de la curva tangente
Interpreta
Utiliza
La formas y sus relaciones
Sistems de Coordenadas
Objetos geométricos
Modela
Comparaciones
Realiza
Localización en el espacio y trayectoria recorrida
Comprension de la estructura de los conjuntos (propiedades, usos y significados en la resolución de problemas)
Calcula
Derivadas
Resuelve
Problemas
Reconoce
Propiedades
Patrones, regularidades y covariación
Utiliza
Modelos
Propiedades
Cambio promedio
Cambio alrededor de un punto
Establece
Relaciones funcionales
Estudia
Variación
Comprensión de las relaciones entre numéros y operaciones
Justifica
Propiedades
Orden
Resuelve
Problemas
Usos e interpretaciones de los números y de las operaciones en contextos
Utiliza
Propiedades
Relaciones
Operaciones
Uso y sentido de los procedimientos y estrategias con números y operaciones
Compara
Sistemas Numéricos
Organización de los datos y las medidas de posición y varibilidad
Plantea
Resuelve
Asociaciones
Correlaciones
Probabilidad e inferencia
Plantea
Resuelve
Eventos independientes

PROGRESIÓN DBA GRADO ANTERIOR- GRADO SIGUIENTE

Pensamiento	DBA	Grado 10	DBA	Grado 11
Pensamiento Numérico	1	Utiliza las propiedades de los números reales para justificar procedimientos y diferentes representaciones de subconjuntos de ellos.	1	Utiliza las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y sus relaciones y operaciones para construir y comparar los distintos sistemas numéricos.
	2	Utiliza las propiedades algebraicas de equivalencia y de orden de los números reales para comprender y crear estrategias que permitan compararlos y comparar subconjuntos de ellos (por ejemplo, intervalos).	2	Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen y en contexto con inecuaciones.
Pensamiento Variacional	6	Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.	7	Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.
	7	Resuelve problemas mediante el uso de las propiedades de las funciones y usa representaciones tabulares, gráficas y algebraicas para estudiar la variación, la tendencia numérica y las razones de cambio entre magnitudes.	8	Encuentra derivadas de funciones, reconoce sus propiedades y las utiliza para resolver problemas.
Pensamiento Métrico	3	Resuelve problemas que involucran el significado de medidas de magnitudes relacionales (velocidad media, aceleración media) a partir de tablas, gráficas y expresiones algebraicas.	3	Utiliza instrumentos, unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio, para resolver problemas, estimar cantidades y juzgar la pertinencia de las soluciones de acuerdo al contexto.
			4	Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas).
Pensamiento Espacial	4	Comprende y utiliza funciones para modelar fenómenos periódicos y justifica las soluciones.	5	Interpreta la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrolla métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.

	5	Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.	6	Modela objetos geométricos en diversos sistemas de coordenadas (cartesiano, polar, esférico) y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos.
Pensamiento Aleatorio	8	Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables en estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos.	9	Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.
	9	Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencias central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos.		
	10	Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es discreto.	10	Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo.

NUMÉRICO - VARIACIONAL

APRENDIZAJES	*EVIDENCIAS*
Utiliza las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y sus relaciones y operaciones para construir y comparar los distintos sistemas numéricos.	Describe propiedades de los números y las operaciones que son comunes y diferentes en los distintos sistemas numéricos.
	Utiliza la propiedad de densidad para justificar la necesidad de otras notaciones para subconjuntos de los números reales.
	Construye representaciones de los conjuntos numéricos y establece relaciones acorde con sus propiedades.
Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos y en contexto con inecuaciones	Utiliza propiedades del producto de números Reales para resolver ecuaciones e inecuaciones.
	Interpreta las operaciones en diversos dominios numéricos para validar propiedades de ecuaciones e inecuaciones

Usa propiedades y modelos funcionales para analizar situaciones y para establecer relaciones funcionales entre variables que permiten estudiar la variación en situaciones intraescolares y extraescolares.	Plantea modelos funcionales en los que identifica variables y rangos de variación de las variables.
	Relaciona el signo de la derivada con características numéricas, geométricas y métricas.
	Utiliza la derivada para estudiar la variación y relaciona características de la derivada con características de la función.
	Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
Encuentra derivadas de funciones, reconoce sus propiedades y las utiliza para resolver problemas.	Utiliza la derivada para estudiar la variación y relaciona características de la derivada con características de la función.
	Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.
	Calcula derivadas de funciones.

MÉTRICO - ESPACIAL

APRENDIZAJES	*EVIDENCIAS*
Utiliza instrumentos, unidades de medida, sus relaciones y la noción de derivada como razón de cambio, para resolver problemas, estimar cantidades y juzgar la pertinencia de las soluciones de acuerdo al contexto.	Reconoce magnitudes definidas como razones entre otras magnitudes.
	Interpreta y expresa magnitudes como velocidad y aceleración, con las unidades respectivas y las relaciones entre ellas.
	Utiliza e interpreta la derivada para resolver problemas relacionados con la variación y la razón de cambio de funciones que involucran magnitudes como velocidad, aceleración, longitud, tiempo.
	Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos.
Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas).	Interpreta la rapidez como una razón de cambio entre dos cantidades
	Justifica la precisión de una medición directa o indirecta de acuerdo con información suministrada en gráficas y tablas.
	Establece conclusiones pertinentes con respecto a la precisión de mediciones en contextos específicos (científicos, industriales).
	Determina las unidades e instrumentos adecuados para mejorar la precisión en las mediciones
	Reconoce la diferencia entre la precisión y la exactitud en procesos de medición.
Interpreta la noción de derivada como razón de cambio y como	Relaciona la noción derivada con características numéricas, geométricas y métricas.

valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrolla métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.	Utiliza la derivada para estudiar la covariación entre dos magnitudes y relaciona características de la derivada con características de la función.
	Halla la derivada de algunas funciones empleando métodos gráficos y numéricos.
Modela objetos geométricos en diversos sistemas de coordenadas (cartesiano, polar, esférico) y realiza comparaciones y toma decisiones con respecto a los modelos.	Reconoce y utiliza distintos sistemas de coordenadas para modelar.
	Compara objetos geométricos, a partir de puntos de referencia diferentes.
	Explora el entorno y lo representa mediante diversos sistemas de coordenadas.

ALEATORIO

APRENDIZAJES	***EVIDENCIAS***
Plantea y resuelve situaciones problemáticas del contexto real y/o matemático que implican la exploración de posibles asociaciones o correlaciones entre las variables estudiadas.	En una situación matemática plantea preguntas que indagan por la correlación o la asociación entre variables.
	Define el plan de recolección de la información, en el que se incluye: definición de población y muestra, método para recolectar la información (encuestas, observaciones o experimentos simples), variables a estudiar
	Elabora gráficos de dispersión usando software adecuado como Excel y analiza las relaciones que se visibilizan en el gráfico.
	Expresa cualitativamente las relaciones entre las variables, para lo cual utiliza su conocimiento de los modelos lineales.
	Usa adecuadamente la desviación estándar, la media el coeficiente de variación y el de correlación para dar respuesta a la pregunta planteada.
Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo.	Propone problemas a estudiar en variedad de situaciones aleatorias.
	Reconoce los diferentes eventos que se proponen en una situación o problema.
	Interpreta y asigna la probabilidad de cada evento.
	Usa la probabilidad condicional de cada evento para decidir si son o no independientes.

Sobre el Pensamiento Numérico y Variacional

1. *Introducción*

Al iniciar este grado se espera que el estudiante haya construido sentidos de los números reales y de las funciones. En los grados 8º, 9º y 10ª se ha promovido el estudio de las funciones y los números reales, en algunos momentos de manera independiente, y en otros, de manera articulada. En el grado 11º se propone profundizar en los usos de los números reales articulados al estudio de la variación a través de las funciones. Para ello, se espera que el estudiante, al iniciar este grado, reconozca el concepto de función en varias acepciones y en varios sistemas de representación. En el grado se retomarán las experiencias y aprendizajes previos sobre tipos de funciones como polinómicas (lineales, afines, cuadráticas, entre otras), racionales, trigonométricas, exponenciales, etc., sobre la base de este conjunto de funciones y de sus representaciones se estudia la derivada como razón promedio e instantánea de cambio, pendiente de la recta tangente y como función.

Este grado ofrece una oportunidad para cimentar el estudio de conceptos matemáticos más complejos e importantes como los: límites, derivadas e integrales. La complejidad de los conceptos surge de las relaciones que se han de establecer entre éstos nuevos y aquellos conocidos por el estudiante. No se trata de 'complicar' el estudio se trata de mostrar la complejidad de los conceptos y a la vez su poder explicativo, organizativo y predictor. En este grado se considera la solución de problemas relacionados con el cambio, para ello, la construcción de estrategias y métodos para producir modelos funcionales se hace importante. También se hace se enfatiza en el estudio de las funciones y de algunos de sus componentes como: el cambio, las gráficas, las asíntotas, los ceros de la función, de su derivada, de su segunda derivada, el crecimiento, decrecimiento. Para ello, se sugiere usar varios sistemas de representación vinculados entre sí y recurrir la 'narrativa': descubrir que las ecuaciones y procedimientos 'cuentas historias' que pueden ser leídas e interpretadas.

Por ejemplo, se recomienda estudiar el sistema masa-resorte amortiguado, y contrastar lo que las ecuaciones dicen contra el comportamiento real de un sistema masa resorte, alrededor del cual los estudiantes discutan, propongan, conjeturen, se equivoquen y construyan colectivamente la comprensión que es motivo del trabajo en este grado. Existen herramientas digitales, software, aplicaciones, applets y recursos diversos en la red que pueden ser usados para promover el estudio de los problemas y generar actividad matemática. Algunos fenómenos tales como la competencia de especies, la depreciación, los inventarios, los modelos no lineales sí que pueden ser estudiados cualitativamente ejerciendo procesos interpretativos sobre sistemas de representación gráfica, dinámica y numérica, no es necesario ni deseable presentar estos problemas únicamente en su formato simbólico, que dificulta la discusión por parte de los estudiantes.

La propuesta de trabajo en este grado debería ser integrativa, es tal vez la última oportunidad que tenemos de brindar a los estudiantes oportunidades de apreciar las matemáticas desde una perspectiva de construcción colectiva, de discusión, que favorece la participación, que acepta interpretaciones, que admite errores y que, finalmente, permite usar la matemática como se usa en la vida cotidiana, alejada de certezas, de algoritmos, de rutinas, de expresiones simbólicas difíciles.

2. *Objetos y momentos para la actividad matemática*

Algunas ideas fundamentales del Pensamiento Numérico-Variacional grado 11°	
Usos e interpretaciones de los números y de las operaciones en contextos	La interpretación de los números en los procesos de estudio del cambio es fundamental; por ejemplo: ¿Cuál es el comportamiento de la variación alrededor de un cero de la función derivada?, Si la derivada en un punto es positiva, y la derivada se interpreta como razón instantánea de cambio ¿Qué interpretación asignamos? ¿Qué sentido tiene en el contexto del problema específico en que se trabaja? ¿Qué información se obtiene a partir de signo de la derivada en relación con el comportamiento de la función? Si la derivada nunca es cero, o siempre es positiva o siempre es negativa, ¿Qué información obtenemos de esta inecuación?
Uso y sentido de los procedimientos y estrategias con números y operaciones	La modelación de fenómenos de cambio- físicos, químicos, económicos, etc.- son idóneos para discutir el sentido atribuido tanto a las operaciones- factorización, derivación, integración, continuidad, existencia o inexistencia de límites- como a las soluciones de ecuaciones o inecuaciones. Por ejemplo: ¿Cuánto tiempo demora una medicina para alcanzar un valor de absorción por el organismo de tal suerte que se requiera otra dosis de medicina para lograr curar de una enfermedad? ¿Qué ocurre cuando el nivel de glucosa-en actividades físicas- en sangre alcanza cierto umbral?, ¿Conviene comprar un bien mueble o inmueble dada la tasa de depreciación?
Comprensión de las relaciones entre números y operaciones	Reconoce la importancia de la factorización para encontrar los ceros de funciones, de las funciones derivadas, de funciones segunda derivada y los identifica como valores importantes para determinar el comportamiento variacional de las funciones. Relaciona la derivada con la continuidad de la función, y reconoce comportamiento físicos que incluyen la derivada de manera implícita, por ejemplo, la trayectoria de un vehículo se corresponde con una gráfica derivable, las carreteras tienen curvas \`derivables\`, si no lo fueran el tránsito por este punto sería muy complejo., el movimiento oscilatorio de un sistema masa resorte es derivable.
Patrones, regularidades y covariación	Reconoce los teoremas que caracterizan el cambio como patrones establecidos de comportamiento. Comprende que la definición de derivada se construye a partir de una relación entre la covariación- f(x+h)-f(x)- y la variación- (x+h)-x-, identifica situaciones cotidianas de variación donde la derivada es idónea para describir el comportamiento y reconoce situaciones donde la derivada no es apropiada y la información que ofrece no es pertinente, por ejemplo, si una persona hace ejercicio para adelgazar, no tiene mucho sentido efectuar mediciones de cambio de peso cada dos segundos, pues no se podrá apreciar cambio ni por la precisión de los instrumentos usados ni por el comportamiento fisiológico.
Comprensión de la estructura de los conjuntos (propiedades, usos y significados en la resolución	La estructura ‘completa’- axiomas de completez- de los números reales garantiza que las soluciones de ecuaciones- ceros de funciones, ceros de las funciones derivadas, ceros de las funciones segundas derivadas, existen y que se pueden interpretar a pesar que no tengamos su exacto valor. La existencia de raíces complejas en un problema se interpreta de varias maneras: como la imposibilidad de un comportamiento, o la no existencia de un cambio de comportamiento, siempre en relación con el contexto. La existencia de una solución de un número irracional para una ecuación puede interpretarse y sustituirse por un número

de problemas)	racional con el grado de aproximación que el contexto lo requiera y lo permita.

3. *Situaciones en correspondencia con los procesos de la actividad matemática*

Una consideración a tener en cuenta es que los conceptos relativos a las magnitudes rapidez, aceleración, longitud, tiempo, las cuales conllevan procesos infinitos para su comprensión, se abordan inicialmente a partir de la exploración en procesos de resolución de problemas y luego se construyan los conceptos relativos a ellas. Además se propone al profesor que explore diversas situaciones en las cuales se identifiquen errores y obstáculos (epistemológicos y didácticos), y a partir de ellos plantee tareas para consolidar ideas (rapidez, pendiente de una recta, tasa de variación) y desarrollar habilidades de cálculo.

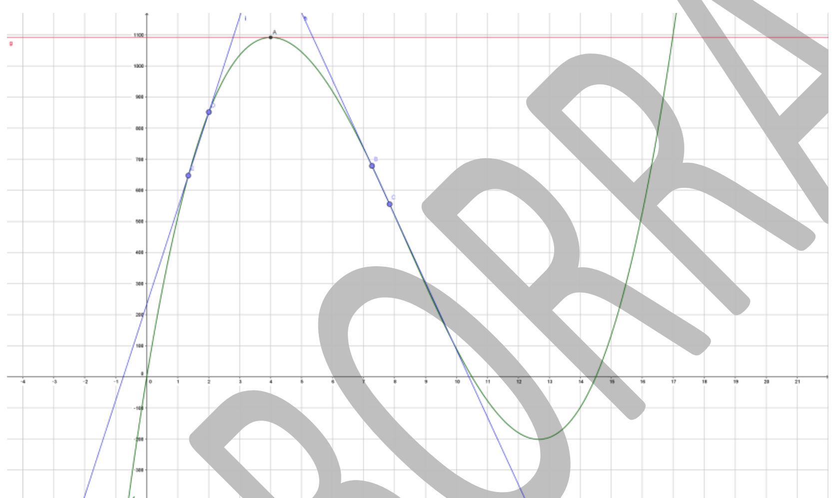
Así algunas situaciones recomendadas para el grado, deberían requerir de los estudiantes:

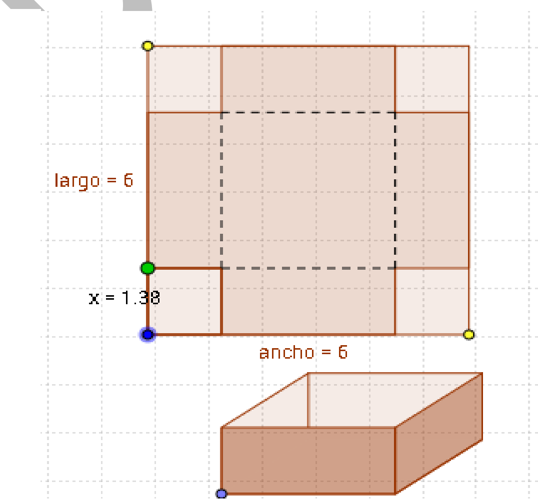
- Encontrar el incremento del volumen según el incremento de la arista, o el incremento del área según el incremento del lado, en determinadas unidades.
- Calcular velocidad o aceleración en un tiempo t, o en un instante.
- Explicar las variaciones en términos geométricos como de las incidencias de la pendiente de una recta: constante, creciente, decreciente o indeterminada.
- Utilizar modelos prácticos para la derivada a partir del cociente incremental.
- Relacionar las diversas interpretaciones de la derivada: como pendiente de recta tangente, como razón instantánea de cambio, como función, etc.
- Representar e interpretar las trayectorias, la velocidad, el tiempo, la aceleración en el lanzamiento de proyectiles y movimientos de diferentes cuerpos.
- Reconocer los conceptos de cambio instantáneo y cambio promedio en situaciones cotidianas- aumento de masa muscular, consumo de medicinas, variación de precios-.

Por ejemplo, un ejemplo para analizar las condiciones de máximo volumen con menor superficie puede partir de la construcción de una caja. Una vez construida la caja los estudiantes deberán encontrar las relaciones entre las dimensiones de la hoja inicial y las dimensiones de las cajas resultantes. Dicha situación posibilita reconocer un modelo matemático que represente el volumen de la caja. Sin embargo, es posible reflexionar con los estudiantes acerca de aquel empaque y preguntar ¿Es el empaque más óptimo? ¿Se hace uso eficiente del material? ¿Cuál podría ser el diseño de un empaque que garantice el máximo volumen con el mínimo de material? Dichas respuestas llevan al estudiante a concebir que para lograr el empaque con mayor volumen y la mínima cantidad de papel, se deben recortar piezas cuadradas en los extremos, pero ¿Cuáles son las dimensiones de la caja cuando se realiza un recorte? El profesor, mediante el registro tabular que se presenta a continuación, puede apoyar la sistematización y análisis de las condiciones mediante la construcción de diferentes cajas.

Dimensiones del recorte	***Largo de la caja***	***Ancho de la caja***	***Altura de la caja***	***Volumen de la caja***

A partir de los resultados, en correspondencia con las variables en juego y el reconocimiento de las variables, puede determinar el modelo que representa el volumen de una nueva caja y en correspondencia definir la gráfica que modela el volumen de las cajas que puede construirse con una hoja de papel tamaño carta. Con el uso de software dinámico se puede obtener el modelo gráfico continuo y a partir de él responder ¿Cuáles deben ser las dimensiones de la caja para obtener el máximo volumen? Esta situación motiva el uso gráfico de la derivada y el reconocimiento del cambio de la pendiente creciente y la razón de cambio- a decreciente y cómo esto se asocia con un máximo.





4. Evidencias evaluativas

Posibles dificultades	***Sugerencias para el profesor***
La función se asume sólo como asignación numérica y no como modelo dinámico.	Utilizar funciones para modelar movimiento, y proponer situaciones en donde la acepción de función como asignación, como regla, como modelo dinámico, como valor puntual, local o general sean usados.
Los estudiantes asocian funciones con expresiones algebraicas y no consideran el dominio y el codominio como parte de la definición de función.	No preferir la representación algebraica de la función, y considerar el dominio en las discusiones de las funciones, sin asumir 'función' con 'regla'.
El cálculo de límites se hace solo algebraicamente y no se comprende como tendencia numérica o como aproximación en términos métricos.	Proponer el cálculo de límites en contextos numéricos-tabulares- y gráficos.
Cuando se calculan límites que se hacen arbitrariamente grandes o arbitrariamente pequeños y no se comprende si el límite es solo una tendencia o si el límite si puede alcanzarse. La falta de rigor causada por la noción de infinito.	Discutir ejemplos que corresponden al caso en el cual el límite no se alcanza- límites infinitos, y casos donde el límite se alcanza, sin ocultar las dificultades causadas por el hecho de un proceso infinito que finalmente alcanza un valor finito.
Los estudiantes no vinculan la derivada como razón instantánea de cambio, la derivada como pendiente de recta tangente y la derivada como función.	Proponer diversas tareas en las que cada una de estas acepciones sean adecuadas para la solución, no preferencia la interpretación de derivada como pendiente de la recta tangente.
La derivada se asume en su representación y gestión algebraica, y no se vincula con la gráfica de la función	Proponer ejercicios donde se haga uso de la derivada como información puntual o como información local. Relacionar comportamiento de la derivada con el comportamiento de la función.
La segunda derivada solo se asocia con concavidad-aspecto gráfico- y no con el comportamiento de crecimiento de la primera derivada.	Proponer tareas donde se requiera usar la segunda derivada asociada al comportamiento de la primera derivada, por ejemplo, preguntando ¿dónde cambia el comportamiento de la derivada?, explique el punto de inflexión en términos del contexto del problema, no en términos gráficos.
Para calcular máximo y mínimos, se deriva y se iguala a cero, la solución es máxima o	Proponer actividades 'mal puestas' en donde se pida un máximo, pero de tal suerte que tal

mínima, según se han pedido.	máximo no exista, sino que exista el mínimo, comprobar con los estudiantes que no tiene sentido un máximo pero si tiene sentido un mínimo, para alertarlos a controlar y cuestionar los algoritmos.
La derivada de un número constante es cero	Discute que la derivada se aplica a funciones, y por tanto la derivada de una función constante es cero, pero la derivada de un número no tiene sentido.
La derivada de un producto es el producto de las derivadas, la derivada de un cociente es el cociente de las derivadas.	Proponer ejemplos de funciones y tratarlos gráficamente y numéricamente para que se comprenda que tales reglas de derivación no corresponden con la definición de derivada en ninguna de sus acepciones.
Identifican la noción de derivada como un conocimiento algorítmico, sólo desde la expresión algebraica (las reglas o fórmulas para derivar)	Deducir el concepto de derivada a partir del cociente de incrementos, a partir de la exploración en la resolución de problemas hasta las definiciones formales.

Sobre el Pensamiento Métrico y Espacial

1. *Introducción*

En los grados anteriores, los estudiantes exploraron y descubrieron relaciones entre figuras y cuerpos geométricos a través de tareas de visualización, comparación y clasificación. Además tuvieron experiencias de razonamiento y modelación donde la construcción de los conceptos de cada magnitud, la comprensión de la conservación de magnitudes, la estimación y la medición les permite en el último grado, abordar problemas de diferentes ciencias con conceptos tanto de la geometría como de la medida.

EL profesor de grado undécimo tiene un reto importante con sus estudiantes, en primer lugar reconocer los conceptos previos y el estado de ellos y en segundo lugar ayudar a corregir las comprensiones limitadas o erróneas para luego afianzar, profundizar o construir los conceptos relativos a las magnitudes definidas como razón de cambio de otras magnitudes, a la interpretación y representación de la derivada como razón de cambio utilizando gráficas, expresiones algebraicas, tablas y lenguaje natural. Además por medio de las diferentes situaciones propuestas motivará la comparación entre objetos geométricos a partir de puntos de referencia diferentes, analizarán la covariación entre dos magnitudes a través de la interpretación de la derivada, sus características y las características de la función. Las tareas o actividades que se proponen a los estudiantes deben promover una relación compleja entre conceptos geométricos, métricos, numéricos y variacionales , además que se debe cuestionar la selección de las unidades, los instrumentos y las estrategias para lograr mayor precisión en la medición, justificar los procesos y explicar la pertinencia de los resultados de un problema.

Se espera que los profesores de grado undécimo adopten un enfoque integrador del conocimiento matemático, en el sentido de las herramientas adquiridas a lo largo de la Educación Básica Secundaria para resolver problemas de distintas ciencias, y con miras a enfrentar las situaciones cotidianas, laborales, sociales y familiares.

2. *Objetos y momentos para la actividad matemática*

Algunas ideas fundamentales del Pensamiento Métrico-Espacial del grado 11°	
Las formas y sus relaciones	Se reconocen las formas, las relaciones y las transformaciones espaciales cuando: Comprenden que la gráfica de un movimiento no siempre representa la trayectoria del cuerpo, sino que depende de las variables involucradas. Por ejemplo interpretan que la aceleración es la pendiente de la recta tangente en un punto, en un gráfica de rapidez - tiempo. Reconocen la tangente como la mejor aproximación lineal de la función *f* en la vecindad de *a* y la derivada como el factor de proporcionalidad entre la diferencia *g(x) - g(a)* y *x-a* . Utilizan la interpretación geométrica de la derivada para resolver problemas de "tasa de cambio" (enfoque geométrico) y estudian exhaustivamente las cantidades y

	las magnitudes antes que centrarse en el estudio de las funciones , para abordar diferentes fenómenos cotidianos como razón de cambio instantánea por medio de un manejo intuitivo del límite (enfoque variacional)
Atributos de los cuerpos que se pueden medir	Se comprenden los atributos de los cuerpos que se pueden medir cuando se realizan procesos de modelación: Interpretan y explican la variación y la razón de cambio en el movimiento de un auto o de un atleta y de diferentes cuerpos que se mueven en línea recta. Representan y definen la rapidez, la aceleración y la distancia recorrida al describir el movimiento de un atleta en línea recta. Comprenden el significado de la aceleración como una razón de cambio, como la derivada de la rapidez y como la segunda derivada de la posición con respecto al tiempo.
Medición y Estimación de Atributos	Se fortalece el uso de instrumentos y procesos de Medición y Estimación de Atributos cuando: Leen gráficas y explican verbalmente las relaciones entre la posición y el tiempo, la rapidez y el tiempo, la aceleración y el tiempo, usando las unidades apropiadas, en una gráfica de un movimiento. Explican las unidades de los resultados al calcular rapidez, aceleración y distancia recorrida por un cuerpo.
Localización en el espacio y trayectoria recorrida	Se desarrolla la capacidad de localización en el espacio y el uso de puntos de referencia cuando: Construyen la derivada con funciones lineales, cuadráticas y cúbicas, al avanzar en el estudio de la variación y en el análisis de gráficos, así reconocen la invariabilidad de la pendiente asociada con la razón de cambio en la función lineal y el por qué su derivada es una función constante. Comprenden que para la función cuadrática en su segunda derivada se puede analizar la concavidad, y en la cúbica los cambios de concavidad según los puntos de inflexión. Relaciona la concavidad como característica geométrica válida en gráficas, pero también la asocia con el cambio en el comportamiento de la función derivada. Usan modelos sencillos para el desarrollo del concepto de derivada por ejemplo a partir del cociente incremental. lo cual posibilita a los estudiantes llegar de manera natural al concepto de límite. Plantean preguntas y definen la trayectoria y la posición de un atleta o de un móvil según las condiciones de salida.

3. *Situaciones en correspondencia con los procesos de la actividad matemática*

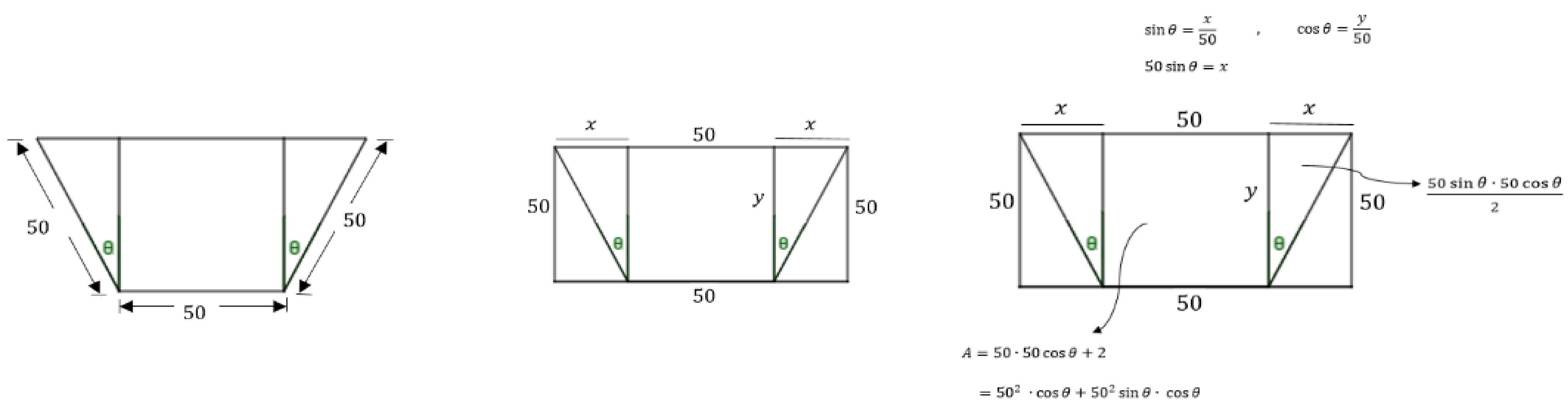
A continuación se propone un ejemplo de naturaleza geométrica en el que se ilustran algunas de las sugerencias para promover la actividad matemática de los estudiantes en grado undécimo. El problema pide determinar ciertas dimensiones del `bebedero' o abrevadero que tenga volumen máximo a partir de ciertas restricciones. Las medidas del trapecio son 50 cms en sus tres lados, mientras que la longitud del abrevadero debe ser de cuatro metros. A partir de la consideración que para que el volumen sea máximo, dado que la longitud del abrevadero es fija se requiere modificar el área de las tapas laterales para lograr máximo volumen. La expresión para calcular un volumen corresponde a: área de la base por la altura.

Nótese que en la situación propuesta se estudia la correspondencia de las variables del problema con el resultado esperado. Se puede determinar el modelo que represente las relaciones entre las variables, en este caso, la relación entre área y volumen. Con el uso de software dinámico se puede obtener el modelo gráfico continuo y a partir de él responder ¿Cuáles deben ser las dimensiones de las tapas laterales para obtener el máximo volumen?

Esta situación motiva el uso gráfico de la derivada, la relación entre una variable y el resultado esperado, lo anterior a partir de las consideraciones geométricas y métricas. Una vez que se dibuja la gráfica se puede reconocer el papel del cambio del ángulo en el valor del volumen, y como- gráficamente se aprecia- que para cierto valor del ángulo se obtiene un volumen máximo y el reconocimiento del cambio de la pendiente creciente y la razón de cambio- a decreciente y cómo esto se asocia con un máximo.

Un modelo algebraico con base en los datos corresponden a :

$$V = \acute{a}rea \cdot 20' = [\cos\theta + \sin\theta \cdot \cos\theta] \cdot 20'$$



4. ***Evidencias evaluativas***

Posibles dificultades	***Sugerencias para el profesor***
La derivada se asocia, exclusivamente, con pendiente de recta tangente.	Proponer actividades en donde el uso de tal interpretación no facilite la solución de la tarea.
El modelo algebraico, con presencia de senos y cosenos dificulta la interpretación del problema.	Obtener una gráfica del modelo y efectuar una lectura de: periodicidad de la gráfica; identificar en la gráfica el dominio de variación del ángulo al cual corresponde nuestro modelo; identificar la 'altura' sobre la gráfica como el área o como el volumen- el primero si no multiplicó el área por 2 metros-, el segundo si multiplico el área por dos metros- comportamiento del ángulo y su relación con el área y con volumen.
No puede calcular los ceros de la función derivada	Utiliza la gráfica para aproximar los valores y verifica tales valores en la expresión simbólica de la derivada para asegurarse que se aproximan a cero.
No interpreta el signo de la derivada antes y después del máximo.	El profesor relaciona la gráfica antes del máximo y después del máximo con la pendiente de la recta tangente, y con el valor que se obtiene al reemplazar en la función derivada para vincular el problema y los registros gráficos, algebraicos y numéricos.
El modelo algebraico, con presencia de senos y cosenos dificulta la interpretación del problema.	Mediante el uso de identidades trigonométricas puede expresar el modelo en función solo de senos o cosenos,y con ayuda del círculo unitario y de la definición de seno o coseno en términos de proyecciones, encuentra los valores aproximados.

Sobre el Pensamiento Aleatorio

1. ***Introducción***

En los grados anteriores los estudiantes han trabajado con el análisis de datos, describiendo una variable o comparando dos variables de tipo cualitativo o cuantitativo, a partir de la construcción y la coordinación de tablas de frecuencias e histogramas simples o dobles así como han usado adecuadamente las medidas de tendencia central y de dispersión para describir la distribución de variables univariadas. En grado once los estudiantes empiezan a analizar la distribución bivariada, explicando la relación entre dos variables, a partir de los diagramas de dispersión y las medidas de correlación y regresión.

2. *Objetos y momentos para la actividad matemática*

Algunas ideas fundamentales del Pensamiento Aleatorio del grado 11°	
Organización de los datos y las medidas de tendencia central y la variabilidad	Se desarrolla la capacidad para organizar los datos y las medidas de tendencia central y la variabilidad cuando: Diferencia una relación funcional entre elementos de dos conjuntos de datos de una asociación (covarianza o correlación) y la interpreta utilizando argumentos aleat como por ejemplo afirmando que para un valor de la variable X puede darse más de un valor de la variable y, y que una pareja de punto (x, y) no necesariamente se r de una muestra a otra, pero sí puede encontrarse en dos o más individuos participantes en el estudio. Representa datos bivariados en diagramas de dispersión, y a part su lectura describe y explica la forma, la intensidad y el signo de la covariación. Utiliza los coeficientes de correlación para interpretar la posible relación entre las vari en estudio. Usa sus conocimientos sobre las funciones lineales para explicar cuál es la recta que mejor se ajusta al comportamiento de los datos. Concluye un estudio asociación entre variables usando la distribución de los datos, la correlación o covariación y la recta de ajuste, según sea el caso.
Probabilidad e inferencia	Se desarrolla una idea de probabilidad e inferencia cuando: Formula y resuelve problemas en los que se tiene en cuenta la relación entre sucesos o eventos aleatorios. Decidir si son o no independientes, excluyentes o no o condicionales. Utilizan lenguaje natural, diagramas de Venn, tablas de contingencia, diagramas de árbol o símbolos como P(AUB), P(A ∩ B) o P(A/B) y aplican la procedimientos como la regla de la suma o la de multiplicación de probabilidades. Justifican la presencia o no de las relaciones entre las probabilidades de dos o más eventos relacionados, utilizando las propiedades aditivas o multiplicativas de las probabilidades. Por ejemplo, describen en un diagrama de árbol la probabilidad de ocurrencia de sucesos independientes, excluyentes o condicionales y calcula las probabilidades, sumando o multiplicando las probabilidades de cada rama del árbol.

3. *Situaciones en correspondencia con los procesos de la actividad matemática*

Algunas situaciones a las que puede hacerse referencia y que permiten movilizar los procesos matemáticos en grado 11 en relación con el desarrollo del pensamiento aleatorio son aquellas en las que los estudiantes deben :

- Determinar si existe asociación (relación, covarianza, correlación) entre dos o más variables aleatorias. De la combinación de tipos de variable en estudio surgen una variedad de situaciones diferentes, por ejemplo estudiar asociaciones entre dos variables cualitativas, entre una variable cualitativa y una variables cuantitativas o entre dos variables cuantitativas.
- Modelar, interpretar y justificar la tendencia o el patrón de emparejamiento entre los valores de las variables, por ejemplo para el caso de variables cuantitativas relaciones de tipo lineal, cuadrática etc.

- Predecir el valor de una variable aleatoria conociendo el valor de otra.

La siguiente es una situación que vincula tanto el análisis de las asociaciones entre variables cuantitativas como los procesos de inferencia.

Las medidas del cuerpo humano y sus relaciones son estudiadas por artistas, médicos, biólogos, estadísticos, diseñadores de modas, entre otros profesionales. Muchos de los cánones de belleza se basan en dichas relaciones, por ejemplo, se dice que la altura del cuerpo humano perfecto debe ser 8 veces y media la longitud de su cabeza, o que deber ser igual a la longitud de la envergadura (medida de los brazos extendidos), etc. por tanto, una de las investigaciones a proponer a los estudiantes puede considerar el estudio de alguna de tales relaciones entre los compañeros de curso o en poblaciones o muestras más grandes.

Para iniciar puede discutirse con los estudiantes cuestiones relativas a las relaciones que creen existan entre diferentes partes del cuerpo, como entre el largo de la cabeza y la estatura, la longitud de los pies y estatura, el largo de la cabeza y ancho de la misma, la longitud de los labios y el ancho de la nariz, por ejemplo. Invítelos a consultar en internet este tipo de relaciones (por ejemplo, páginas como http://www.comocubriruncuerpo.org/proporciones-del-cuerpo-humano-1-da-vinci-y-vitruvio/). Este es un buen momento para discutir el uso de relaciones matemáticas en el arte y el diseño.

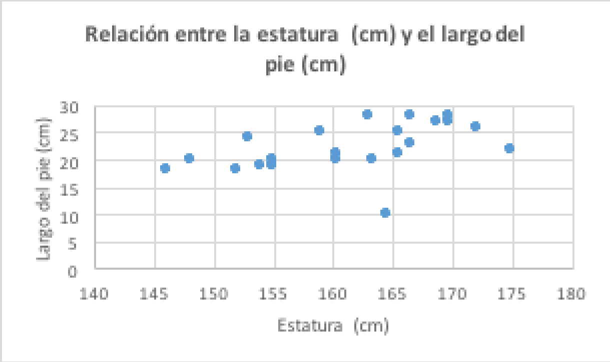
Al pedirles a los estudiantes que por grupos escriban algunas de las preguntas que ellos estarían interesados en responder pueden surgir cuestiones como: ¿cuál es la altura típica de los estudiantes del curso?, ¿entre los estudiantes del curso se encuentra que la estatura es igual a 8 veces su cabeza? ¿O que el largo de un pie es la séptima parte de la estatura? ¿Los cuerpos de los atletas como Catherine Ibargüen tienen esas relaciones entre las medidas indicadas? ¿Cómo podemos recopilar datos para estudiar la relación entre la estatura y el largo del pie?, Se puede utilizar la relación entre estatura y largo del pie para predecir la estatura de cualquier persona?

Una vez se concreta la pregunta a resolver, se inicia la fase de planeación y recolección de los datos, pidiendo a los estudiantes que definan las variables en estudio, en los ejemplos mencionados son variables cuantitativas continuas, cuyos valores se representan como pares de coordenadas (x,y), donde x es el valor de la variable de la variable que se representada en el eje *x* y *y* el valor de la variable que se representará en el eje y; por ejemplo, la estatura como variable x, y el largo del pie como la variable *y*.

Una vez definidas las variables y su representación, se inicia el proceso de definición de la toma de los datos. Par este caso discutir cuestiones relacionadas con: ¿qué instrumentos se usarán para tomar las medidas?, ¿Quién las tomará?, ¿Dónde y cómo se registran? Inducen a discusiones sobre la precisión y validez de los datos tomados y la presencia de posibles errores derivados del uso de instrumentos mal calibrados, por ejemplo, utilizar una cinta métrica mal numerada. Aquí los estudiantes se podrán apoyar en los procesos de medición que han construido en los años anteriores y se podrá poner en discusión qué margen de error estará permitido en relación con la precisión de la medida.

No se puede olvidar que si se pretende desarrollar un estudio muestral, la selección de la muestra deberá ser aleatoria y en este sentido, deberán emplear los métodos y técnicas desarrolladas en el año anterior para poder tener una muestra aleatoria para realizar el estudio.

Para registrar las mediciones se utiliza una tabla de datos. Con la ayuda de un programa de computador, o en una hoja cuadriculada los estudiantes construyen una nube de puntos o gráfica de dispersión, utilizada para visibilizar el patrón de comportamiento conjunto entre las dos variables en estudio. Para el ejemplo que venimos desarrollando, la gráfica puede ser la siguiente:



Discusiones sobre los patrones que se visibilizan en la gráfica como la agrupación de los datos, los valores atípicos, la posible asociación positiva o negativa, asociación lineal o no lineal, implican a los estudiantes en el análisis de los datos. Para indagar sobre las ideas que los estudiantes tienen sobre el significado de la dispersión es importante que el profesor les propone a los estudiantes analizar cada una de las variables y las fuentes de variabilidad, así como que expliquen qué desviación estándar es una medida de la variabilidad de los datos respecto a la media o lo que es lo mismo que la desviación estándar es el promedio o variación esperada con respecto a la media aritmética. Una vez este asunto se ha comprendido, la discusión sobre la dispersión y su significado se traslada a las distribuciones bivariadas.

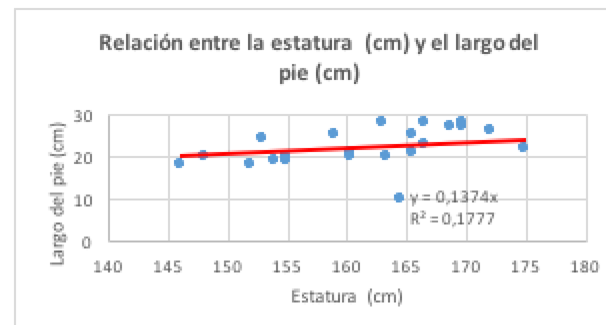
El gráfico de dispersión es muy útil para que los estudiantes visualicen la mayor o menor intensidad de la relación, así como el signo y la forma aproximada de la función mediante la cual se puede expresar la relación entre las variables (por ejemplo, lineal, exponencial, etc.). En el ejemplo, una lectura de un patrón de comportamiento de los datos indica que se observa que conforme se incrementa la estatura de un individuo se incrementa el largo del pie, y que los datos están agrupados. Una discusión particular puede promoverse para argumentar sobre la presencia del dato correspondiente a (164, 10) que parece ser un dato atípico y la posibilidad de no incluirlo en el análisis.

Una vez se haya encontrado esta relación general y dado que los estudiantes ya conocen la línea recta y sus características, se puede iniciar una discusión sobre la recta que "mejor" describe al comportamiento de los datos. Se puede pedir a los estudiantes que tracen varias rectas sobre la nube de puntos y que expliquen porque creen que es la recta que mejor se ajusta y cuál es la relación entre la recta que mejor se ajusta y la medida de la dispersión (variabilidad) de los datos.

En la base de todo este trabajo estadístico se encuentra el razonamiento covariacional, cuyo desarrollo se viene promoviendo desde el estudio de la multiplicación, la proporción y la variación matemática. Para el análisis de la relación entre variables aleatorias la presencia de la covariación no se puede asimilar a la causalidad, por lo que el profesor debe estar atento a que se comprenda la diferencia.

De otro lado, para la estimación el valor de la covariación, (correlación), los estudiantes admiten con mayor naturalidad la correlación positiva que la negativa o la nula, así como pueden tener dificultades para comprender el tipo de correlación, directa, inversa o independencia, la intensidad de la correlación, es decir para comprender propiedades como que a mayor dispersión menor correlación, o a menor dispersión mayor correlación y el significado del valor del coeficiente de correlación 1,-1 ó 0.

Mediante el uso del programa Excel, por ejemplo, se puede calcular el coeficiente de correlación y la expresión algebraica de la recta que mejor se ajusta a los datos. A partir de la lectura de las diferentes representaciones (gráfica y simbólica), se pueden plantear discusiones como: en el contexto del problema ¿Qué significa la pendiente de la recta? ¿Puede ser (0,0) un dato?, si conozco la estatura de una persona ¿Cuál puede ser una medida aproximada del largo del pie?, o si se conoce la medida del pie, cuál puede ser una estatura estimada? Es importante que los estudiantes escriban sus reflexiones y elaboren conclusiones sobre la presencia, intensidad, y forma de la relación entre las variables estudiadas. Particularmente, que para la relación entre estatura y medida del pie expliquen la plausibilidad de la afirmación inicial sobre las medidas del cuerpo humano.



Nota: En los cálculos se incluyó el valor atípico.

Para promover los procesos de generalización el profesor puede promover las discusiones de asuntos como: los cambios en la relación encontrada si se cambia la unidad de medida; por ejemplo se mide en pies, o se cambia la población en estudio. También explorar otras relaciones entre diversas partes del cuerpo humano enunciadas en los artículos o discutir sobre la veracidad de las mismas.

Por último, analizar diversas gráficas de dispersión en las que se visualicen diversidad de intensidades y de formas entre una gran variedad de variables, promueve un aprendizaje flexible sobre la comprensión de la asociación estadística y abre un camino para el abordaje de las distribuciones de probabilidad.

4. *Evidencias evaluativas*

Posibles dificultades[1]	*Sugerencias para el profesor*
La concepción determinista de la correlación. Los estudiantes tienden a asignar un único valor de la variable independiente a cada uno de los valores considerados de la variable dependiente. Esto es, sólo se asume la correlación de las variables si existe una dependencia funcional, pues se confunden los dos conceptos.	Proponer situaciones aleatorias y diferenciarlas de situaciones determinísticas. Recolectar datos usando diferentes muestras y analizar cómo para valores iguales de la varia x se pueden encontrar diferentes valores de la variable y, o darse el caso en que no se presenten dichos valores.
La concepción local de la correlación. Cuando los estudiantes utilizan parte de los datos del estudio para estimar la correlación o juzgar si existe correlación y de qué tipo. Se limitan a confirmar la relación en un subconjunto de los datos que de algún modo justifique algún tipo de patrón, obviando la tendencia global de éstos. Por ejemplo, si al unir dos puntos del diagrama de dispersión se observa una tendencia creciente, pueden indicar que la relación de las variables es directa, sin tener en cuenta si esta tendencia se mantiene o no en otros puntos.	Plantear situaciones univariadas en las que se analice la dispersión de los datos, y se discuta sobre cómo en el análisis estadístico se toman en cuenta los datos como un agregado y no como valores individuales, hecho que se utiliza en la dispersión además de definir un valor, la media aritmética, alrededor del cual se observa la variación.
Concepción unidireccional: En este caso el estudiante no admite la correlación inversa, considerándose la intensidad de la asociación, pero no su signo. Se presenta en los casos en los que los estudiantes consideran la dependencia inversa como independencia	Proponer el análisis de diferentes diagramas de dispersión, nubes de punto, donde varía la dirección y el signo de las relaciones. Discutir el significado de cada una de las tendencias visualizadas en el contexto del problema o situación que se está resolviendo.
Concepción causal: Cuando el sujeto sólo considera la correlación entre variables si puede adjudicarse a la presencia de una relación causal entre las mismas. Por ejemplo, si hay terceras variables que afectan la relación, piensan que no hay relación entre las dos primeras.	Presentar ejemplo donde puede haber asociaciones o relaciones que no sean de causalidad, ejemplo un rayo , trueno y un relámpago como fenómenos físicos que se dan cuando ocurre una tormenta eléctrica, pero que no están en relación causa efecto. En los estudios de medicina, por ejemplo la asociación del cáncer de pulmón con el hábito de fumar, no signific que todo fumador ha de tener cáncer de pulmón aunque haya una fuerte correlación positiv

[1] Las dificultades sobre la comprensión de la correlación son tomadas textualmente de: Gea, Maria; Batanero, Carmen; Cañadas Gustavo; Arteaga Pedro, Contreras, José. La estimación de la correlación: variables de tarea y sesgos de razonamiento. En: A. Salcedo (Ed.), Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas. (pp. 361 – 384). Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela, 2013.